Übungen zur Nano-Optik SS07

Prof. Dr. Bert Hecht

Blatt 7: Plasmons

Aufgabe 1:

Leiten Sie explizit die Dispersionsgleichung für Oberflächenplasmonen ab.

$$k_x^2 = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} k^2 = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \frac{\omega^2}{c^2}$$

Aufgabe 2:

Schreiben Sie ein kleines Programm, welches die Reflektivität eines Systems mit mindestens 3 Grenzflächen berechnet. Berechnen Sie Plasmonenresonanzen für 50nm dicke Gold und Silberschichten bei einer Wellenlänge von 633 nm. Optische Konstanten finden Sie unter www.luxpop.com. Untersuchen Sie den Einfluss von wenige nm dünnen Deckschichten auf die Position der Resonanz.

Beachten Sie folgende Hinweise:

Consider a stratified layer of thickness d (medium 1) between 2 homogen spaces (medium 0 and 2). According to (12.14) the fields in each mediu polarization read as

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_0 &= E_0^+ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -\frac{k_x}{k_{0,z}} \end{pmatrix} e^{ik_{0,z}z} + E_0^- \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{k_x}{k_{0,z}} \end{pmatrix} e^{-ik_{0,z}z} \\
\mathbf{E}_1 &= E_1^+ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -\frac{k_x}{k_{1,z}} \end{pmatrix} e^{ik_{1,z}z} + E_1^- \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{k_x}{k_{1,z}} \end{pmatrix} e^{-ik_{1,z}(z-d)} \\
\mathbf{E}_2 &= E_2^+ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -\frac{k_x}{k_{2,z}} \end{pmatrix} e^{ik_{2,z}(z-d)}
\end{aligned}$$

Exploiting the continuity of $\mathbf{E}_\parallel$ and $\mathbf{D}_\perp$ yield after some manipulation

$$\begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+\kappa_1\eta_1 & 1-\kappa_1\eta_1 \\ 1-\kappa_1\eta_1 & 1+\kappa_1\eta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{ik_{1,z}d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{pmatrix}$$

as well as

$$\begin{pmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-ik_{1,z}d} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+\kappa_2\eta_2 & 1-\kappa_2\eta_2 \\ 1-\kappa_2\eta_2 & 1+\kappa_2\eta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2^+ \\ 0 \end{pmatrix} \tag{12.60}$$

where $\kappa_\mathrm{i} = k_\mathrm{i,z}/k_\mathrm{i+1,z}$ and $\eta_\mathrm{i} = \varepsilon_\mathrm{i+1}/\varepsilon_\mathrm{i}$. Eqns. (12.59) and (12.60) can be combined to give

$$\begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} = \mathbf{T}_{0,1} \cdot \mathbf{\Phi}_1 \cdot \mathbf{T}_{1,2} \begin{pmatrix} E_2^+ \\ 0 \end{pmatrix} \quad . \tag{12.61}$$

Here

$$\mathbf{T}_{0,1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+\kappa_1\eta_1 & 1-\kappa_1\eta_1 \\ 1-\kappa_1\eta_1 & 1+\kappa_1\eta_1 \end{pmatrix} \tag{12.62}$$

and

$$\mathbf{T}_{1,2} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+\kappa_2\eta_2 & 1-\kappa_2\eta_2 \\ 1-\kappa_2\eta_2 & 1+\kappa_2\eta_2 \end{pmatrix} \tag{12.63}$$

and

$$\mathbf{\Phi}_1 = \begin{pmatrix} e^{-ik_{1,z}d} & 0 \\ 0 & e^{ik_{1,z}d} \end{pmatrix} \quad . \tag{12.64}$$

From this we can infer a general relation connecting the fields outside an arbitrary system of stratified layers which reads as

$$\begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} = \mathbf{T}_{0,1} \cdot \mathbf{\Phi}_1 \cdot \mathbf{T}_{1,2} \cdot \mathbf{\Phi}_2 \cdot \ldots \cdot \mathbf{T}_{\mathrm{n,n+1}} \begin{pmatrix} E_\mathrm{n+1}^+ \\ 0 \end{pmatrix} \quad . \tag{12.65}$$

The reflectivity $R(\omega, k_\mathrm{x})$ can be calculated from (12.65) as

$$R(\omega, k_\mathrm{x}) = \frac{|E_0^-|^2}{|E_0^+|^2} \tag{12.66}$$

from which $E_\mathrm{n+1}^+$ cancels out.